परियोजना

गणित में परियोजना (प्रोजेक्ट) कार्य एक विद्यार्थी द्वारा व्यक्तिगत रूप से किया जा सकता है या संयुक्त रूप से विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा भी किया जा सकता है। ये परियोजनाएँ रचनाओं के रूप में भी हो सकती हैं, जैसे कि वक्र स्कैच करना या आलेखों का खींचना, इत्यादि। यह गणित के इतिहास से किसी विषय विशेष या अवधारणाओं से संबद्ध ऐतिहासिक विकास की चर्चा प्रदान कर सकती है। गणित में परियोजनाओं के लिए, विद्यार्थियों को स्वयं अपनी रुचि के विषय चुनने का विकल्प दें। शिक्षक, इस प्रक्रिया में, विभिन्न विषयों में रुचि जागृत करते हुए, एक सहायक की भूमिका अदा करें। जब विषय चुन लिया जाए, तो विद्यार्थी को चाहिए कि वह इस विषय के बारे में इतना पढ़ने का प्रयत्न करें जितना उपलब्ध हो तथा फिर अंत में परियोजना तैयार करें।

परियोजना 1

आपके विद्यालय के किशोर विद्यार्थियों के मुख्य भोजन की आहारिक आवश्यकताओं को संतुष्ट करते हुए भोजन की लागत को न्यूनतम करना।

कार्य जो करने हैं–

1. कम से कम 100 विद्यार्थियों का सर्वेक्षण करके पता कीजिए कि वे दैनिक आघार पर कौन सा मुख्य भोजन लेते हैं।
2. दो भोज्य पदार्थो का चयन कीजिए जिनमें एक धान्य और एक दाल हो।
3. एक आहारविद से एक किशोर के लिए न्यूनतम आवश्यक प्रोटीन और कार्बोहाइड्रेट की मात्रा का पता कीजिए और चुने हुए 1 कि.ग्राम धान्य तथा दाल में क्रमश: प्रोटीन और कार्बोहाइड्रेट की मात्रा का पता कीजिए।
4. चुने गए धान्य और दाल का न्यूनतम मूल्य बाज़ार से ज्ञात कीजिए।
5. संगत रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सूत्रीकरण कीजिए।
6. आलेखीय-विधि से समस्या को हल कीजिए।
7. परिणाम की विवेचना कीजिए।

परियोजना 2

यह मानते हुए कि एक वर्ष विशेष में वर्तमान जनसंख्या में कोई प्रवासी आया या गया न हो तो एक क्षेत्र विशेष/देश की जनसंख्या का अनुमान लगाना–

कार्य जो करने हैं–

(i) एक विशेष वर्ष में चुने गए क्षेत्र की जनसंख्या ज्ञात कीजिए।

(ii) एक विशेष वर्ष t (माना) में वर्तमान जनसंख्या में जन्मे और मृतकों की संख्या ज्ञात कीजिए। मान लीजिए।

P (t) एक विशेष वर्ष t में जनसंख्या को निर्दिष्ट करता है।

B (t) वर्ष t और $t + 1$ के बीच जन्में बच्चों की संख्या को निर्दिष्ट करता है।

D (t) वर्ष t और $t + 1$ के बीच मृतकों की संख्या को निर्दिष्ट करता है।

(iii) $P(t + t) = P(t) + B(t)$ ________ $D(t)$ ________ (1) संबंध प्राप्त कीजिए

(iv) मान लीजिए

$b = \dfrac{B(t)}{P(t)}$ समय अन्तराल t से $t + 1$ के लिए जन्मदर को निरूपित करता है।

$d = \dfrac{D(t)}{P(t)}$ समय अन्तराल t से $t + 1$ के लिए मृत्युदर को निरूपित करता है।

(v) समीकरण (1) से हमें

$P(t + 1) = P(t) + B(t) - D(t)$

$$= P(t)\left[1 + \frac{B(t)}{P(t)} - \frac{D(t)}{P(t)}\right]$$

$= P(t)\,[1 + b - d]$, प्राप्त होता है (2)

(vi) समीकरण (2) से $t = 0$ लेने पर

$P(1) = P(0)(1 + b - d)$, हमें प्राप्त होता है

$t = 1$ के लिए हमें

$P(2) = P(0)(1 + b - d)^2$, प्राप्त होता है

उपरोक्त समीकरण को लगातार बढ़ाते रहने पर हमें प्राप्त होता है

$P(t) = P(0) + P(0)(1 + b - d)^t$, प्राप्त होता है (3)

यहाँ यह मान लिया गया है कि क्रमिक दो वर्षों में जन्मदर और मृत्युदर वही रहती है। P(0) प्रारंभिक जनसंख्या को निर्दिष्ट करता है। t वर्ष में जनसंख्या की गणना करने के लिए समीकरण (3) एक गणितीय मॉडल देता है।

(vii) कैलकुलेटर का प्रयोग करके विभिन्न वर्षों में जनसंख्या ज्ञात कीजिए।

(viii) सैद्धांतिक दृष्टि से प्राप्त जनसंख्या आँकड़ों की तुलना कीजिए और निष्कर्ष निकालिए।

परियोजना 3

त्रिविमीय ज्यामिति की संकल्पनाओं का प्रयोग करते हुए अपनी कक्षा के चयनित बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात करना और इन चूने गए बिंदुओं के बीच की दूरी ज्ञात करना।

कार्य जो करने हैं–

(i) अपनी कक्षा के किसी कोने को मूल बिंदु लीजिए।

(ii) दीवारों के तीन परस्पर किनारों को x –, y – और z – अक्ष लीजिए।

(iii) कमरे के प्रत्येक कोने का, खिड़कियों, दरवाजों और ब्लैक बोर्ड इत्यादि के कोनों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

(iv) मापन द्वारा और दूरी सूत्र का प्रयोग करके विभिन्न बिंदुओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

(v) कक्ष के विकर्णों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए और दूरी सूत्र के द्वारा विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।

परियोजना 4

उबले हुए पानी को कमरे के तापमान तक ठंडा होने के प्रक्रम की व्याख्या हेतु अवकल समीकरण बनाना।

कार्य जो करने हैं–

1. एक बीकर (पैन) में एक लीटर पानी उबालिए।
2. कमरे का तापमान और उबले हुए पानी का तापमान ज्ञात कीजिए।
3. हर आधा घंटे के अंतराल पर पानी का तापमान तब तक नोट करते रहिए जब तक पानी का तापमान कमरे के तापमान तक न पहुँच जाए।

   निम्नलिखित संगत सारणी का निर्माण कीजिए।

समय (t) $\frac{1}{2}$ घंटे के अंतराल पर	**पानी का तापमान (T)**	**कमरे का तापमान (P)**	**अंतर T – P**

4. मान लीजिए t समय पर गर्म पानी के तापमान को T से प्रदर्शित किया जाता है। यह मानते हुए कि पूरे प्रयोग में कमरे का तापमान P समान रहता है।

   $\frac{dT}{dt} \propto (T - P)$ या $\frac{dT}{dt} = -k(T - P)$

   जहाँ k समानुपाती स्थिरांक है और ऋण चिन्ह दर्शाता है कि तापमान घट रहा है।

   या $\frac{dT}{T - P} = -k\,dt$

   समाकलन करने पर

   $\text{Log}\,|T - P| = -kt + C$, प्राप्त होता है। (1)

5. अवकल समीकरण (1) का विशिष्ट हल ज्ञात करने के लिए प्रेक्षण सारणी से T और t के दो आरंभिक मानों का प्रयोग करके k और C का मान ज्ञात कीजिए।

परियोजनाओं की सूची

1. गणितज्ञों के इतिहास पर परियोजना इसमें भारतीय गणितज्ञों जैसे आर्यभट्ट, ब्रह्मगुप्त, वराहमिहिर, श्रीधर, भास्कराचार्य, रामानुजन इत्यादि और विदेशी गणितज्ञों जैसे कि केन्टर, पाइथागोरस, थेल्स, यूक्लिड, अपोलोनियस, देसकार्तिज, फर्मेट, लेबनिज, ऑयलर, फिबोनाकी, गास, न्यूटन इत्यादि को सम्मिलित किया जा सकता है।
2. दैनिक जीवन से संबधित रैखिक प्रोग्रामन समस्याएँ जैसे कि परिवारों से उनके व्यय और कारखानों से अधिकत्तम उत्पादन के लिए आवश्यकताओं के आँकड़े संग्रह करना।
3. आहारविदों, वाहकों (Transporters), प्रतिनिधियों से आँकड़े संग्रहित कीजिए और उनसे रैखिक प्रोग्रामन समस्याएँ बनाइए।
4. कलन के अनुप्रयोग के सूत्रों का एक चार्ट बनाइए।
5. गणित और भौतिकी में शंकुपरिच्छेद, सदिशों, त्रिविमीय ज्यामिति, कलन इत्यादि के अनुप्रयोग।
6. गणित और रसायनशास्त्र– कार्बनिक यौगिकों की संरचनाओं का अध्ययन।
7. गणित और जीवविज्ञान– आनुवंशिकता इत्यादि के विज्ञान का अध्ययन।
8. गणित और संगीत।
9. गणित और प्रर्यावरण
10. गणित और कला– वक्रों का प्रयोग करके आकृतियों की रचना करना।
11. गणित और सूचना और संचार प्राघोगिकी– गणितीय प्रोग्रामिंग, प्रवाह चार्ट, अल्गोरिथ्म, संर्किट आरेख (परिपथ आरेख) इत्यादि तैयार करना।
12. सांख्यकीय आँकड़ों का संग्रह और मानक विचलन और माघ्य विचलन के लिए उनका विश्लेषण करना।
13. पास्कल त्रिभुज के विभिन्न पैटर्नों और गुणों का अवलोकन कीजिए और एक परियोजना बनाइए।
14. फिवोनाकी अनुक्रम, उसके गुणों और प्रकृति में पाये जाने वाले इस जैसे पैटर्नों पर आधारित परियोजना तैयार कीजिए।
15. विभिन्न वातावरणों में बेक्टीरीया की वृद्धि के लिए अवकल समीकरण बनाइए।
16. गणित की प्रकृति का अध्ययन कीजिए और एक परियोजना बनाइए जिसमें गणित के विकास में सहायक गणित की प्रकृति के तीन पहलू – सूत्रीकरण, तर्क अन्तर्दृष्टि का उपयोग किया गया हो।

मूल्यांकन की योजना

उच्चतर माध्यमिक स्तर पर गणित में मूल्यांकन के निम्नलिखित भार निर्दिष्ट किए गए हैं–

सैद्धांतिक परीक्षा	–	80 अंक
आंतरिक मूल्यांकन	–	20 अंक

1. स्कूली परीक्षा पर आधारित 20 अंकों के आंतरिक मूल्यांकन का बंटन निम्नलिखित है–

वर्ष के अंत तक के क्रियाकलापों का मूल्यांकन	–	12 अंक
परियोजना कार्य का मूल्यांकन	–	5 अंक
मौखिक मूल्यांकन (या वाइवा-वोस)	–	3 अंक

- **क्रियाकलाप कार्य का मूल्यांकन**
  - (a) प्रत्येक विद्यार्थी को निर्दिष्ट समय में करने के लिए दो क्रियाकलाप दिए जाएँगे।
  - (b) मूल्यांकन दो गणित शिक्षकों की एक ऐसी टीम द्वारा किया जाना चाहिए जिसमें वह शिक्षक भी सम्मिलित हो जो कक्षाओं में प्रयोग कराता है।
  - (c) एक अकेले क्रियाकलाप के लिए, 12 अंकों के मूल्यांकन का बंटन इस प्रकार हो सकता है:

• क्रियाकलाप के उद्देश्य का कथन	–	1 अंक
• आवश्यक सामग्री	–	1 अंक
• क्रियाकलाप की तैयारी करना	–	3 अंक
• क्रियाकलाप को करना	–	3 अंक
• प्रेक्षण और विश्लेषण	–	3 अंक
• परिणाम और निष्कर्ष	–	1 अंक
योग	–	**12 अंक**

  - (d) पहले दोनों क्रियाकलापों के अंकों को जोड़िए और फिर इनको 12 अंकों के आधार पर परिकलित कीजिए।
  - (e) प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा क्रियाकलापों का संपूर्ण रिकॉर्ड रखना चाहिए।

- **परियोजना कार्य का मूल्यांकन**
  - (a) प्रत्येक विद्यार्थी से कक्षा में पढ़ाई गई अवधारणाओं पर आधारित न्यूनतम एक परियोजना कार्य करने को कहा जाएगा।
  - (b) परियोजना कार्य एक व्यक्ति (या दो या तीन विद्यार्थियों के एक समूह) द्वारा किया जा सकता है।
  - (c) परियोजना कार्य के लिए 5 अंकों के भार इस प्रकार हो सकते हैं–

• परियोजना की पहचान और कथन	–	1 अंक
• परियोजना का कार्यक्रम या योजना	–	1 अंक
• अपनाई गई विधि	–	1 अंक
• एकत्रित आँकड़ों से प्रेक्षण	–	1 अंक
• परिणाम से निष्कर्ष और अनुप्रयोग	–	1 अंक

20 में से कुल अंक– वर्ष के अंत तक के क्रियाकलापों के मूल्यांकन से प्राप्त अंकों और परियोजना कार्य के अंकों को जोड़कर इनमें मौखिक मूल्यांकन के अंक जोड़ने चाहिए, जिससे 20 में से कुल अंक प्राप्त होंगे।

टिप्पणी– एक शैक्षिक वर्ष में प्रत्येक विद्यार्थी से कम से कम 20 क्रियाकलाप करवाए जाने चाहिए।

गणित प्रयोगशाला की स्थापना